

2.1.3 函数的单调性 同步

一、选择题

【题型】单选题

【题干】

1. 函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 的单调减区间是()

A. $(-\infty, 1), (1, +\infty)$

B. $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

C. $\{x \in \mathbf{R} | x \neq 1\}$

D. $\mathbf{R}$

【知识点】函数的单调性

【难度】简单

【答案】C

【解析】

函数的单调区间

【题干】

2. 如果函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上是增函数, 那么对于任意的 $x_1, x_2 \in [a, b] (x_1 \neq x_2)$, 下列结论中不正确的是()

A. $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$

B. $(x_1 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)] > 0$

C. 若 $x_1 < x_2$, 则 $f(a) < f(x_1) < f(x_2) < f(b)$

D. $\frac{x_1 - x_2}{f(x_1) - f(x_2)} > 0$

【知识点】函数的单调性

【难度】简单

【答案】C

【解析】

函数的单调区间

【题干】

3. 已知函数 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数, $A(0, -1), B(3, 1)$ 是其图象上的两点, 那么 $-1 < f(x) < 1$ 的解集是()

A. $(-3, 0)$

B. $(0, 3)$

C. $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$

D. $(-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$

【知识点】函数的单调性

【难度】简单

【答案】C

【解析】

函数的单调区间

【题干】

4. 已知函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数，则下列说法正确的是()

A. $y = -f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是减函数

B. $y = \frac{1}{f(x)}$ 在 $\mathbf{R}$ 上是减函数

C. $y = [f(x)]^2$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数

D. $y = af(x)$ (a 为实数) 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数

【知识点】 函数的单调性

【难度】 简单

【答案】 C

【解析】

函数的单调区间

【题干】

5. 已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数，若 $a, b \in \mathbf{R}$ 且 $a+b>0$ ，则有()

A. $f(a)+f(b)>-f(a)-f(b)$

B. $f(a)+f(b)<-f(a)-f(b)$

C. $f(a)+f(b)>f(-a)+f(-b)$

D. $f(a)+f(b)<f(-a)+f(-b)$

【知识点】 函数的单调性

【难度】 简单

【答案】 C

【解析】

函数的单调区间

【题干】

6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x, & x \geq 0, \\ 4x - x^2, & x < 0, \end{cases}$ 若 $f(4-a) > f(a)$ ，则实数 a 的取值范围是()

A. $(-\infty, 2)$

B. $(2, +\infty)$

C. $(-\infty, -2)$

D. $(-2, +\infty)$

【知识点】 函数的单调性

【难度】 简单

【答案】 C

【解析】

函数的单调区间

【题干】

7. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x+3a, & x \geq 0, \\ x^2-ax+1, & x < 0 \end{cases}$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的减函数, 则实数 a 的取值范围是_____.

【知识点】函数的单调性

【难度】简单

【答案】C

【解析】

函数的单调区间

【题干】

8. 已知 $f(x)$ 是定义在区间 $[-1, 1]$ 上的增函数, 且 $f(x-2) < f(1-x)$, 则 x 的取值范围是_____.

【知识点】函数的单调性

【难度】简单

【答案】C

【解析】

函数的单调区间

二、多选题

【题型】多选题

【题干】

9. 函数 $f(x+1) = x^2 - 2x + 1$ 的定义域是 $[-2, 0]$, 则 $f(x)$ 的单调减区间是_____.

【知识点】函数的单调性

【难度】简单

【答案】C

【解析】

函数的单调区间

【题干】

10. 已知一次函数 $y = (k+1)x + k$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数, 且其图象与 x 轴的正半轴相交, 则 k 的取值范围是_____.

【知识点】函数的单调性

【难度】简单

【答案】C

【解析】

函数的单调区间

【题干】

11. 求函数 $y = -x^2 + 2|x| + 3$ 的单调增区间.

【知识点】函数的单调性

【难度】简单

【答案】C

【解析】

求函数 $y = -x^2 + 2|x| + 3$ 的单调增区间

函数的单调区间

【题干】

12. 已知 $f(x) = \frac{x}{x-a} (x \neq a)$.

(1) 若 $a = -2$, 试证明 $f(x)$ 在 $(-\infty, -2)$ 内单调递增;

(2) 若 $a > 0$ 且 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 内单调递减, 求 a 的取值范围.

【知识点】函数的单调性

【难度】简单

【答案】C

【解析】

函数的单调区间

三、解答题

【题型】解答题

【题干】

13. 设函数 $f(x)$ 的定义域是 $(0, +\infty)$, 且对任意正实数 x, y 都有 $f(xy) = f(x) + f(y)$ 恒成立, 已知 $f(2) = 1$, 且 $x > 1$ 时, $f(x) > 0$.

(1) 求 $f(\frac{1}{2})$ 的值;

(2) 判断 $y = f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性并给出证明;

(3) 解不等式 $f(2x) > f(8x-6) - 1$.

【知识点】函数的单调性

【难度】简单

【答案】C

【解析】

函数的单调区间

【题干】

14. 若 $f(x) = -x^2 + 2ax$ 与 $g(x) = \frac{a}{x+1}$ 在区间 $[1, 2]$ 上都是减函数, 则 a 的取值范围是_____.

【知识点】 函数的单调性

【难度】 简单

【答案】 C

【解析】

函数的单调区间

【题干】

15. 已知函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数, 且 $f(x) < 0 (x > 0)$, 试判断 $F(x) = \frac{1}{f(x)}$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性并给出证明过程.

【知识点】 函数的单调性

【难度】 简单

【答案】 C

【解析】

函数的单调区间

【题干】

16. 已知函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数, 且 $f(x) < 0 (x > 0)$, 试判断 $F(x) = \frac{1}{f(x)}$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性并给出证明过程.

【知识点】 函数的单调性

【难度】 简单

【答案】 C

【解析】

函数的单调区间

【题干】

17. 已知函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数, 且 $f(x) < 0 (x > 0)$, 试判断 $F(x) = \frac{1}{f(x)}$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性并给出证明过程.

【知识点】 函数的单调性

【难度】 简单

【答案】 C

【解析】

函数的单调区间

